Chapitre 1

La cinématique

La cinématique est la description mathématique du mouvement, souvent considérée comme la base de la physique. Le mouvement le plus fondamental auquel on puisse penser est la chute libre. Expérimentée depuis des temps immémoriaux, il a pourtant fallu attendre l'an 1604 pour que Galilée formule correctement les équations la régissant. Pour en arriver à décrire ce mouvement, il faut d'abord établir quelques définitions.

1.1 Définitions

En une dimension, le long d'une droite, le **déplacement** est défini comme la variation totale de position,

$$\Delta x = x_f - x_i. \tag{1.1}$$

La figure 1.1 présente le déplacement d'une particule le long d'une droite. Le déplacement total est la différence entre les positions finale et initiale, $\Delta x = 6 - 1 = 5$.

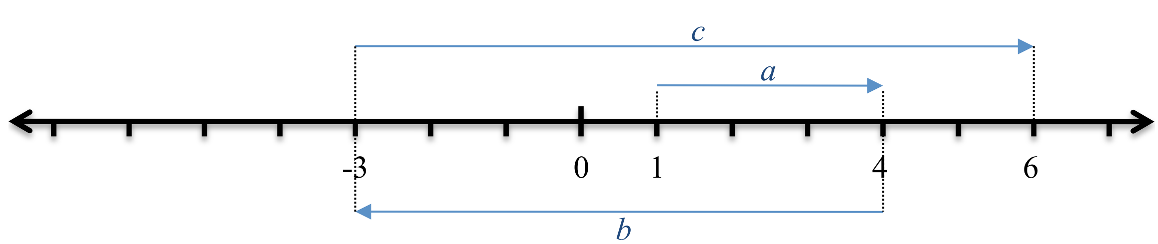

Figure 1.1 *– Le déplacement rectiligne.*

La **vitesse moyenne** correspond au déplacement divisé par le temps du déplacement

$$\bar{v} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t}. \tag{1.2}$$

Attention ! Faire un aller-retour Montréal-Québec en 6 h donne une vitesse moyenne nulle puisque le déplacement total est nul. Dans le langage courant on réfère plutôt à la vitesse *scalaire* moyenne

$$\bar{v}_s = \overline{\|v\|} = \frac{d}{\Delta t}. \tag{1.3}$$

La **distance** d, contrairement au déplacement Δx, est toujours positive et correspond au cumul de la longueur parcourue le long d'une trajectoire.

Enfin la **vitesse instantanée** s'exprime comme la vitesse moyenne sur un intervalle de temps infiniment petit

$$\begin{aligned} v &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x_f - x_i}{\Delta t} \\ &= \frac{dx}{dt}. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Cette dernière expression représente la dérivée du déplacement en fonction du temps. Comme nous n'étudierons que le mouvement rectiligne uniformément accéléré, il ne nous sera pas nécessaire d'utiliser le calcul différentiel.

L'**accélération moyenne** est la variation totale de vitesse sur un intervalle de temps déterminé

$$\bar{a} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}. \tag{1.5}$$

Dans notre étude du mouvement, l'accélération sera toujours égale à une constante, par conséquent l'accélération instantanée aura la même expression que l'accélération moyenne

$$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}. \tag{1.6}$$

Les unités du Système International (SI) pour les distances et le temps sont le mètre (m) et la seconde (s). Les unités du déplacement, de la vitesse et de l'accélération du SI sont donc respectivement m, m/s et m/s^2.

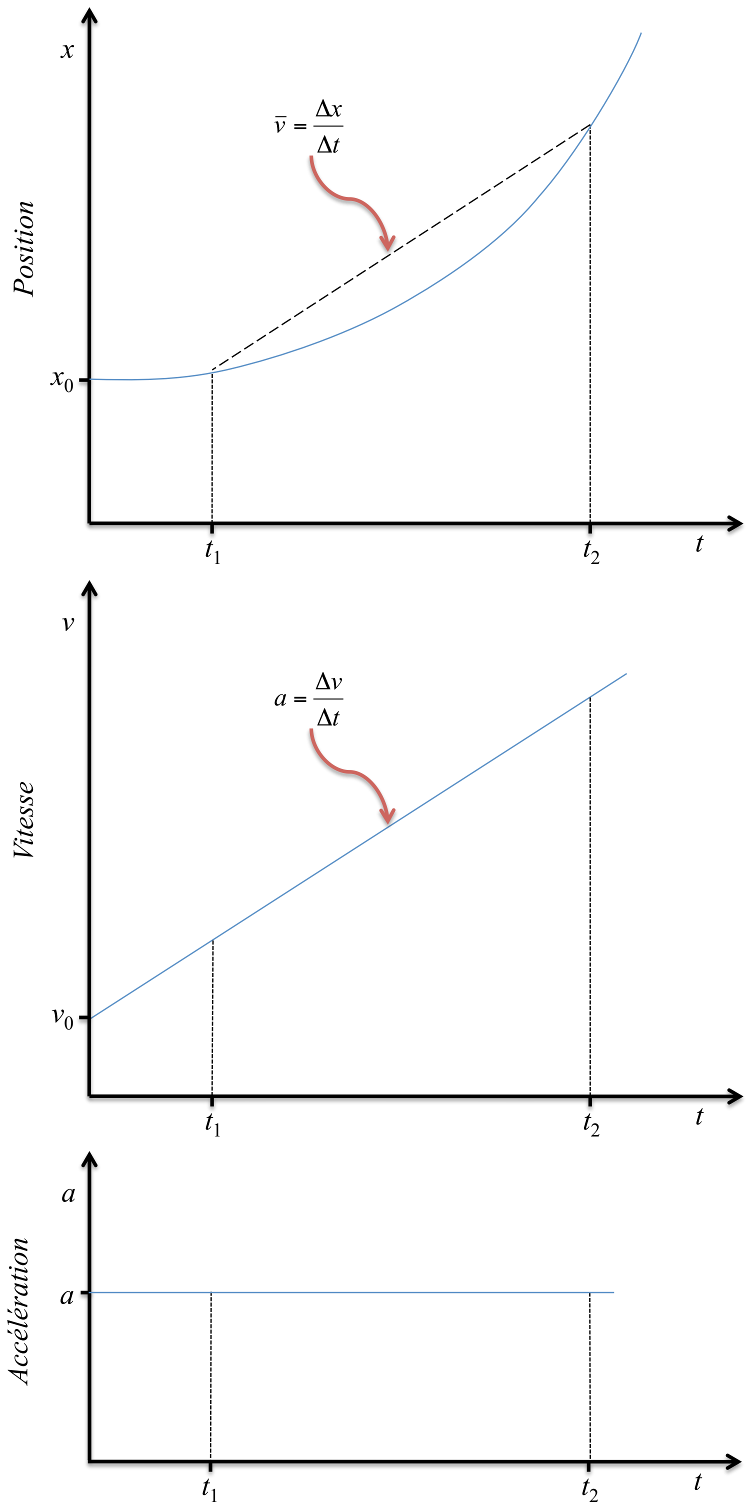

Figure 1.2 – *Graphiques de la position, de la vitesse et de l'accélération en fonction du temps pour un mouvement rectiligne uniformément accéléré.*

Exemple 1.1

Une automobiliste emprunte l'autoroute 10, que l'on suppose rectiligne entre Montréal et Granby. La moitié du temps, elle roule à 40 *km/h et, l'autre moitié, elle roule à* 120 *km/h.*

Au retour, elle franchit la moitié de la distance à 40 *km/h et l'autre moitié à* 120 *km/h. Quelle est sa vitesse moyenne*

a) de Montréal à Granby,

b) de Granby à Montréal,

c) Tracez le graphique de x en fonction de t pour la question a) en supposant que le déplacement se fait entièrement dans la direction des x positif. Indiquez comment on peut trouver la vitesse moyenne à l'aide de ce graphique.

Solution

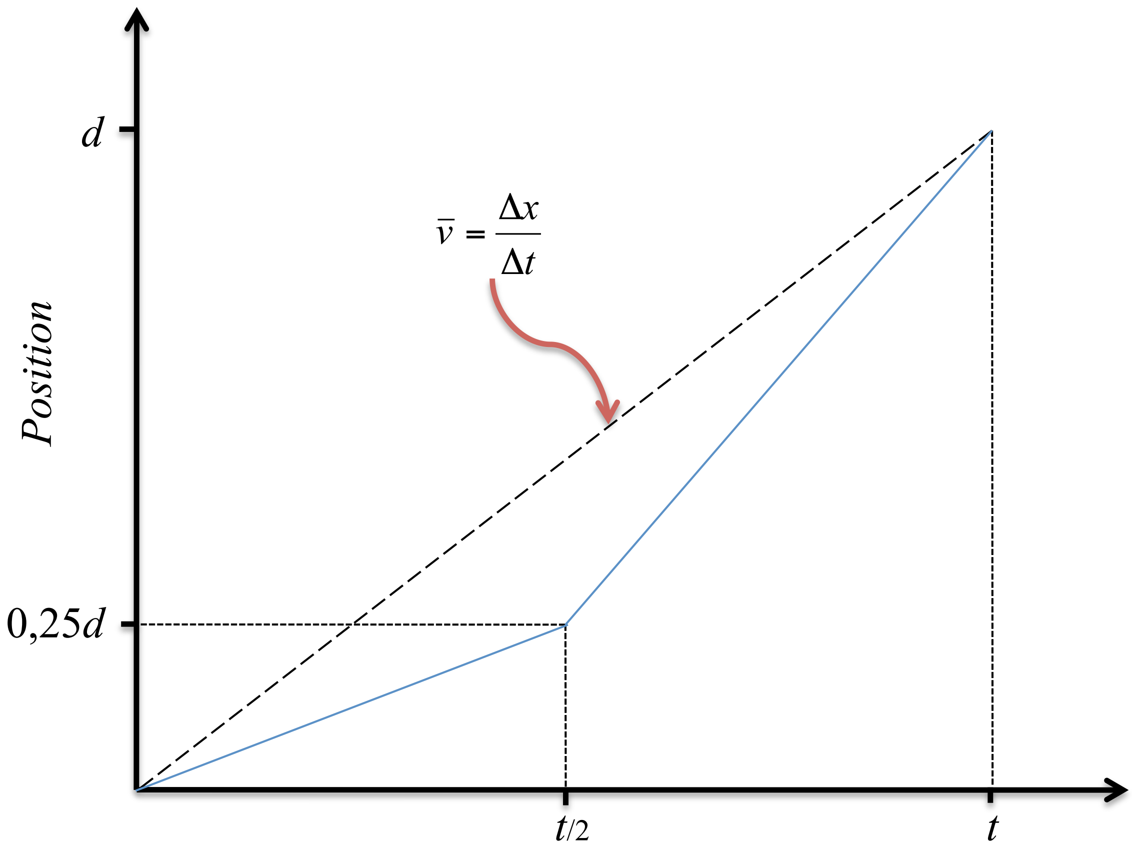

Figure 1.3 – *Position en fonction du temps.*

1.2 Le mouvement rectiligne uniformément accéléré

Le mouvement rectiligne uniformément accéléré est, comme son nom l'indique, un mouvement selon une seule direction ayant une accélération constante. On peut alors écrire

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t - 0}$$

$$at = v_f - v_i$$

$$v_f = v_i + at. \tag{1.7}$$

Le graphique de la figue 1.4 représente la vitesse en fonction du temps pour un mouvement rectiligne uniformément accéléré. Étant donné que le déplacement est égal au produit de la vitesse par le temps, on peut trouver le déplacement effectué après un temps t à partir de ce graphique en calculant l'aire sous la droite de la vitesse.

L'aire de la région 1 est celle du rectangle de base t et de hauteur v_i

$$A_1 = v_i t. \tag{1.8}$$

L'aire de la région 2 est celle du triangle de base t et de hauteur $v_f - v_i$

$$A_2 = \frac{1}{2}(v_f - v_i)t. \tag{1.9}$$

L'aire totale correspondant au déplacement après un temps t est donc

$$\begin{aligned} \Delta x = A_1 + A_2 &= v_i t + \frac{1}{2}(v_f - v_i)t \\ &= v_i t + \frac{1}{2}(v_f - v_i)t \cdot \frac{t}{t} \\ &= v_i t + \frac{1}{2}\frac{v_f - v_i}{t}t^2 \\ &= v_i t + \frac{1}{2}at^2. \end{aligned} \tag{1.10}$$

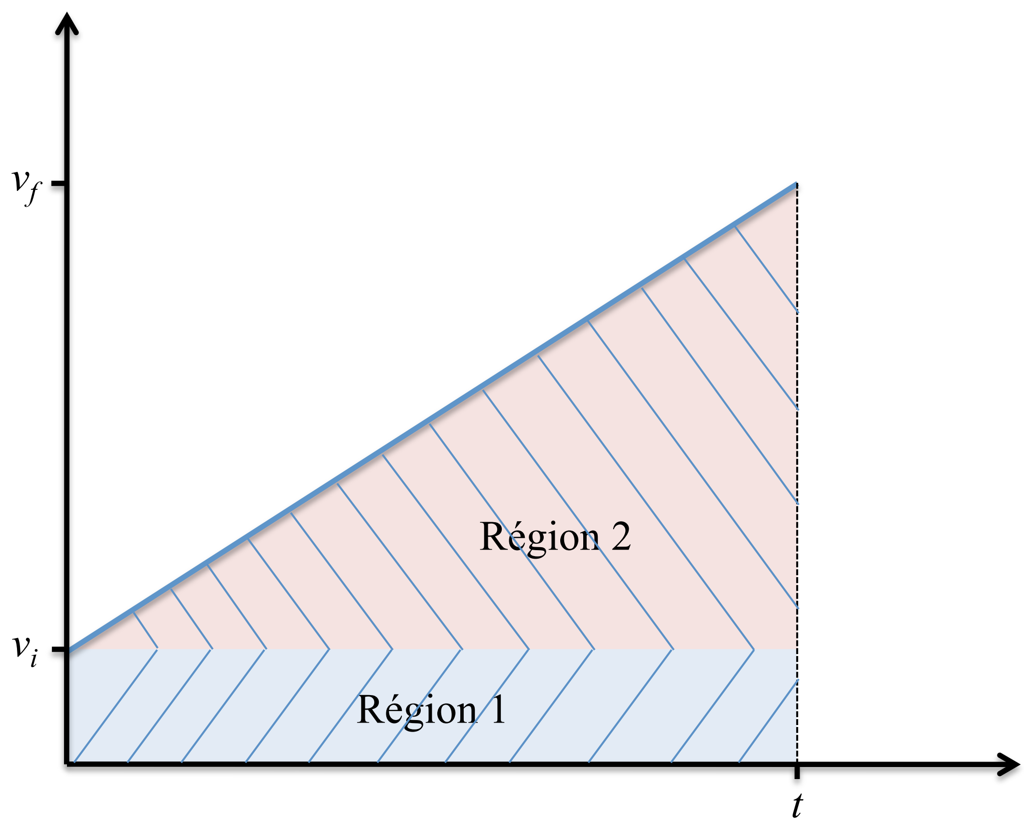

Figure 1.4 – *Aire sous la droite de la vitesse en fonction du temps.*

Il est possible de combiner les équations (1.7) et (1.10) de trois façons différentes pour établir trois équations additionnelles dont chacune aura une variable manquante différente parmis les cinq variables Δx, v_i, v_f, a, t.

On peut isoler t de l'équation (1.7) et substituer le résultat dans l'équation (1.10) pour trouver

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x. \tag{1.11}$$

On peut procéder de la même façon en isolant a ou v_i pour trouver les deux autres équations

$$\Delta x = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t \tag{1.12}$$

$$\Delta x = v_f t - \frac{1}{2}at^2. \tag{1.13}$$

Le tableaux 1.1 présente ces cinq équations que l'on dénomme *les équations du mouvement rectiligne uniformément accéléré.*

Attention ! Il est important de noter que ces équations ne sont valides que lorsque l'*accélération* est *constante.*

Tableau 1.1 *– Les équations du mouvement rectiligne uniformément accéléré.*

Variable absente	Équation
Δx	$v_f = v_i + at$ (1.7)
v_f	$\Delta x = v_i t + \frac{1}{2}at^2$ (1.10)
t	$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$ (1.11)
a	$\Delta x = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$ (1.12)
v_i	$\Delta x = v_f t - \frac{1}{2}at^2$ (1.13)

1.3 La chute libre

Près de la surface de la Terre les corps chutent avec une accélération constante égale à 9,8 m/s^2. On désigne cette valeur d'accélération par la lettre g. Si l'axe vertical choisi comme référence est positif vers le haut, l'accélération est $-g$ et l'équation 1.10 devient dans le cas de la chute libre

$$\Delta y = v_i t - \frac{1}{2} g t^2. \tag{1.14}$$

Exemple 1.2

Calculez, puis mesurez les temps de chute d'une bille lâchée d'une hauteur de 1 *m,* 2 *m et* $2,5$ *m.*

Solution

Tableau 1.2 – *Temps de chute d'une bille.*

Hauteur (m)	temps théorique (s)	temps expérimental (s)	Incertitude (s)
1	$t_{th} = 0,45$	$t_{ex} =$	$\pm$
2	$t_{th} = 0,64$	$t_{ex} =$	$\pm$
2,5	$t_{th} = 0,71$	$t_{ex} =$	$\pm$

1.4 Exercices

1.1 Un amateur de jogging court en ligne droite à une vitesse moyenne de 5 m/s durant 4 min, puis il réduit sa vitesse à 4 m/s durant 3 min.

(a) Quel est son déplacement total ?

(b) Quelle est sa vitesse moyenne durant ce temps ?

1.2 À un instant donné, une automobile se déplace en ligne droite à une vitesse de 30 m/s. Deux secondes plus tard, sa vitesse est de 25 m/s. Quelle est son accélération moyenne durant cet intervalle de temps ?

1.3 Au baseball, si un lanceur lance une balle rapide à une vitesse horizontale de 160 km/h, combien de temps cette balle mettra-t-elle à atteindre le marbre situé à 18,4 m de distance ?

1.4 Une nageuse parcourt une longueur de piscine de 50 m en 20 s et elle met ensuite 22 s à revenir à son point de départ. Déterminez sa vitesse moyenne durant

(a) la première longueur de piscine,

(b) la deuxième longueur et

(c) l'aller-retour.

1.5 Une voiture roulant sur une route droite parcourt 40 km à 30 km/h. Elle parcourt ensuite 40 autres km dans la même direction mais, cette fois, à 60 km/h.

(a) Quelle est la vitesse moyenne de la voiture pendant son trajet de 80 km (supposez qu'elle se déplace dans le sens des x positifs) ?

(b) Tracez le graphique de x en fonction de t et indiquez comment on détermine la vitesse moyenne sur ce graphique.

1.6 Une balle sort à la vitesse de 900 m/s du canon de 60 cm d'une carabine Winchester. Déterminez :

(a) son accélération,

(b) la durée du trajet dans le canon.

1.7 Un autobus ralentit avec une accélération constante. Sa vitesse passe de 24 m/s à 16 m/s pendant qu'il parcourt 50 m.

(a) Sur quelle distance continue-t-il de rouler avant de s'arrêter ?

(b) Combien de temps lui faut-il pour s'arrêter à partir du moment où sa vitesse vaut 24 m/s ?

1.8 Une goutte d'eau jaillit verticalement d'un tuyau placé au niveau du sol et atteint une hauteur de 3,2 m.

(a) À quelle vitesse sort-elle du tuyau ?

(b) Pendant combien de temps la goutte d'eau reste-t-elle en l'air ?

1.9 Une pierre qu'on laisse tomber de la margelle d'un puits touche la surface de l'eau 1,5 s plus tard.

(a) Quelle est la profondeur du puits ?

(b) À quelle vitesse la pierre touche-t-elle l'eau ?

1.10 Une flèche projetée verticalement vers le haut revient au sol 8 s plus tard. trouvez :

(a) sa vitesse initiale et

(b) sa hauteur maximale.

§ § §